

Distribución Normal (No Estándar): Ejemplos y Ejercicios

En estos ejemplos trabajamos con variables aleatorias que siguen una distribución normal $N(\mu, \sigma)$. Para calcular probabilidades normalmente se transforma a la variable Z usando $Z = (X - \mu) / \sigma$ y luego se consulta la tabla de la normal estándar.

Ejemplo 1

La estatura de un grupo de estudiantes sigue una distribución normal con media $\mu = 170$ cm y desviación estándar $\sigma = 8$ cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante mida menos de 180 cm?

Solución:

$$Z = (180 - 170) / 8 = 1.25$$

Buscando en la tabla de la normal estándar: $P(Z < 1.25) \approx 0.8944$.

Por lo tanto, la probabilidad es aproximadamente 0.8944 (89.44%).

Ejemplo 2

El peso de cierto tipo de paquete sigue una distribución normal con $\mu = 50$ kg y $\sigma = 5$ kg. ¿Cuál es la probabilidad de que el peso esté entre 45 kg y 60 kg?

Solución:

$$Z_1 = (45 - 50) / 5 = -1$$

$$Z_2 = (60 - 50) / 5 = 2$$

$$P(45 < X < 60) = P(-1 < Z < 2).$$

Usando la tabla: $0.9772 - 0.1587 \approx 0.8185$.

Ejemplo 3

El tiempo de vida de una batería sigue una distribución normal con $\mu = 100$ horas y $\sigma = 10$ horas.

¿Cuál es la probabilidad de que dure más de 115 horas?

Solución:

$$Z = (115 - 100) / 10 = 1.5$$

$$P(X > 115) = 1 - P(Z < 1.5).$$

$$P(Z < 1.5) \approx 0.9332.$$

$$\text{Entonces: } 1 - 0.9332 = 0.0668.$$

Ejercicios para practicar

- 1. Una variable aleatoria sigue $N(\mu=60, \sigma=6)$. Calcula $P(X < 70)$.
- 2. Una variable sigue $N(\mu=100, \sigma=12)$. Calcula la probabilidad de que $90 < X < 120$.
- 3. El peso de manzanas sigue $N(\mu=150 \text{ g}, \sigma=20 \text{ g})$. ¿Cuál es $P(X > 180)$?
- 4. La duración de focos sigue $N(\mu=800 \text{ horas}, \sigma=50 \text{ horas})$. Calcula $P(X < 750)$.
- 5. Una variable sigue $N(\mu=40, \sigma=4)$. ¿Cuál es la probabilidad de que $35 < X < 45$?