

MT1 - Situación de aprendizaje 1.1: Aritmética, Álgebra y Geometría: Vivir con el Recre, presupuestando sueños

Situación de aprendizaje 1.1: Vivir con el Recre, presupuestando sueños

Matemáticas I

1º de Bachillerato

Situación de aprendizaje

Bloque 1: Aritmética, Álgebra y Geometría

Situación de aprendizaje 1: Vivir con el Recre, presupuestando sueños



Imagen de elaboración propia con Copilot. *Casa al lado del Recre* (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

1. La casa de tus sueños



0. Introducción

¡Imagina vivir en la casa de tus sueños, justo al lado del estadio de tu equipo favorito y con una carretera que te permita llegar a cualquier lugar en un abrir y cerrar de ojos! ¿Y lo mejor? Sin preocuparte por el ruido, porque la haremos totalmente insonorizada.

En esta situación de aprendizaje, aprenderás a trabajar con los números reales para calcular parte del presupuesto de esa casa ideal. ¡Vamos a convertir números en sueños hechos realidad!



1. Presupuestando sueños

El objetivo es calcular el coste de varias partes de la casa, haciendo especial hincapié en construir los muros para insonorizar la vivienda. Para ello aprenderás cosas interesantes sobre el sonido y como lo percibimos los seres humanos. Verás cómo las raíces cuadradas y los logaritmos están más presentes en tu vida cotidiana de lo que creías. Y no te preocupes, es más sencillo de lo que piensas, ¡Verás lo bien que te saldrá el reto!



2. Estos serán tus logros

- Conocerás la diferencia entre números racionales e irracionales.
 - Aprenderás a calcular con radicales, sobre todo con raíces cuadradas.
 - Identificarás los números irracionales en la vida real.
 - Conocerás la utilidad de los logaritmos para manejar los crecimientos exponenciales.
 - Aprenderás a calcular con logaritmos, y a interpretar escalas logarítmicas.
 - Identificarás el uso de las escalas logarítmicas en la naturaleza.
 - Verás la utilidad de las matemáticas y que eres capaz de usarlas para hacer cosas que nunca te habías imaginado.
-



3. Conexión con la vida real

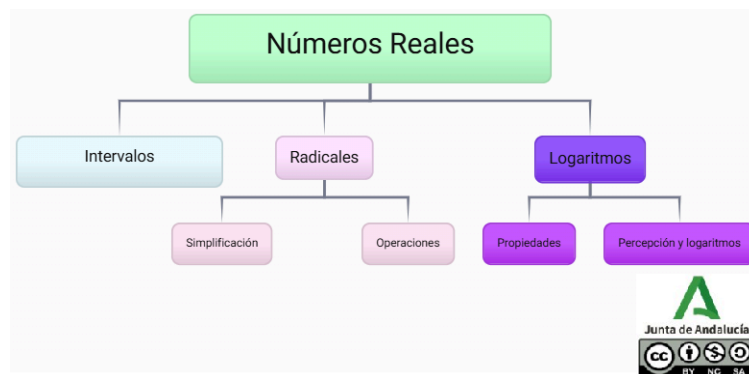
Cuando paseas por la calle de una ciudad o un pueblo verás edificios a todos lados, donde viven personas con muchas comodidades. Para hacer esas construcciones se emplean muchas Matemáticas. En primer lugar hay que planificarlas, se trata de un bien muy caro, en el que una mala planificación puede ser desastrosa. Pero no te preocupes, las matemáticas están ahí para evitar que derroches tu dinero, que tanto te ha costado conseguir. Imagínate, entrar a vivir en la casa en la que has invertido todos tus ahorros, y no puedas dormir en ella por el ruido. Si la construyes de la forma adecuada, con los materiales idóneos este infortunio no sucederá. ¿Pero cómo sé la cantidad de material que tendré que usar? ¿Tendré dinero para pagarlos?

Para que veas la importancia del ruido, mira el siguiente vídeo de una noticia de septiembre de 2024:

Noticia de TVE: Ruido del Santiago Bernabeú <<https://www.rtve.es/play/videos/telediario-fin-de-semana/real-madrid-cancela-conciertos-bernabeu-hasta-solucionar-problemas-ruidos-molestan-vecinos/16248720/>>



4. Mapa conceptual



Material de elaboración propia con Bubbl.us. *Mapa conceptual SdA1* (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Pincha sobre la imagen para ampliarla y [aquí](#) si quieres descargarla.

2. Refrescando todo lo que ya sabes con don Preciso



Conocimiento previo

En esta sección vamos a refrescar el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes que nos harán falta para nuestro reto.

Utilizaremos el **Teorema de Pitágoras** <<https://www.youtube.com/watch?v=i5CEUceKk68>> y los **cambios de unidades más habituales** <<https://youtu.be/pcdbvhYOI50>> .

Recuerda que un litro es igual a un dm^3 , y que un litro de agua en condiciones ideales pesa 1 kg.



Opción A. Los muebles de la casa

Ejercicio 1. En la imagen se ve el palo de una escoba y un armario empotrado que don Preciso ha puesto en su nueva casa, como es un amante de la exactitud, la profundidad del armario es la misma que el diámetro del palo, ¿podrá meter el palo en el mueble?

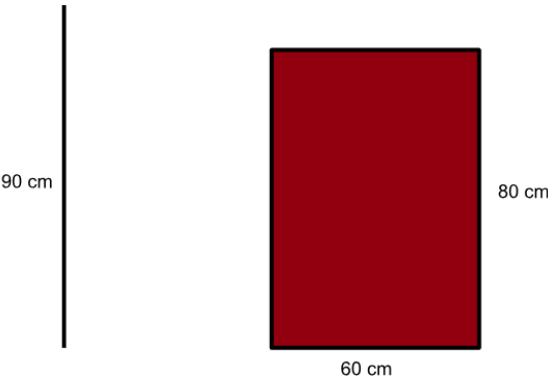


Imagen de elaboración propia. *Palo y mueble* (CC BY-NC-SA <<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

La longitud más larga en un rectángulo es su diagonal. Usando el Teorema de Pitágoras:

$$\text{Diagonal} = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{10000} = 100 \text{ cm}$$

Solución: Cabrá sin problema el palo por medir menos de 100 cm

Ejercicio 2. Don Preciso tiene un arca de 1,2 m de largo, 60 cm de ancho y 5 dm de alto. Una vez doblada sus mantas ocupan 14,4 litros de volumen. ¿Cuántas mantas podrá meter?

Primero, vamos a pasar todas las medidas a dm. De esta forma, podremos calcular el volumen y además, lo tendremos en litros:

1,2 m = 12 dm

60 cm = 6 dm

Luego: $V = 12 \cdot 6 \cdot 5 = 360 \text{ dm}^3 = 360 \text{ litros}$

Por tanto, cabrán $360 : 14,4 = 25$ mantas

Solución: Cabrán como máximo 25 mantas.



Opción B. Los electrodomésticos

Ejercicio 1. Don Preciso quiere poner un aparato de aire acondicionado en su salón. Se estima que se necesitan 50 frigorías/h por cada metro cúbico. El salón mide de alto 2,5 m, de largo 6 m y de ancho 4 m. La potencia de los aires acondicionados que le ofrecen vienen en BTU/h y en frigorías/h (fg/h) :

- Modelo A de 12000 BTU/h.
- Modelo B de 2923 fg/h.
- Modelo C de 5000 fg/h.

Como no puede ser menos, don Preciso es muy respetuoso con el medioambiente, y quiere el que consuma menos energía, y sin renunciar a sus deseos de confortabilidad. ¿Cuál debe elegir? Ayuda: $\text{BTU} \approx 0,252 \text{ fg}$

- ☐ Modelo A
- ☐ Modelo B
- ☐ Modelo C

¡Correcto! El volumen del salón es $V = 2,5 \cdot 6 \cdot 4 = 60 \text{ m}^3$. Luego necesita $50 \cdot 60 = 3000 \text{ fg/h}$.

El modelo B se queda corto.

Veamos si el modelo A tiene menos de 5000 fg/h (modelo C) y más de 3000 fg/h: $12000 \text{ BTU} = 12000 \cdot 0,252 \text{ fg} = 3024 \text{ fg}$. Luego es el que busca.

Incorrecto. Mira la solución en la opción A

Incorrecto. Mira la solución en la opción A

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto

Ejercicio 2 (Parte I). Los televisores ahora tiene el formato 16:9 (16u de largo y 9u de alto, donde u es una unidad cualquiera), y los
nal. Podrías decirle a don Preciso lo que medirá la diagonal **exactamente**:

Sugerencia

- ☐ $\sqrt{337u}$
- ☐ $\sqrt{337}u$
- ☐ $18u$

Incorrecto, mira la solución en la siguiente opción.

Correcto. Usando el Teorema de Pitágoras: $d^2 = (16u)^2 + (9u)^2 = 337u^2$

Luego $d = \sqrt{337}u$

Incorrecto. Mira la opción de arriba para ver la solución.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

Ejercicio 2 (Parte II). El televisor lo quiere poner en una mesa que está debajo de una estantería. La distancia entre la mesa y la estantería es de 95 cm. Los televisores los venden por el número de pulgadas que tiene su diagonal, siendo un número entero de pulgadas. Sabiendo que una pulgada son 2,54 cm, y que quiere el mayor televisor que quepa entre la mesa y la estantería con una holgura de al menos 5 cm. ¿Cuántas pulgadas tendrá el televisor?

Sugerencia

- ☐ 90 pulgadas
- ☐ 72 pulgadas
- ☐ 70 pulgadas

Incorrecto, mira la solución en la siguiente opción.

¡Correcto! Calculando el valor máximo de u : $9u = 95 - 5 = 90 \Rightarrow u = 10 \text{ cm}$. Por lo tanto la diagonal mide $10\sqrt{337} \text{ cm}$. En pulgadas $\frac{10\sqrt{337}}{2,54} = 72,273857\dots$ Como máximo. Como debe ser un número entero, la solución es 72".

Incorrecto. Mira la opción de arriba para ver la solución.

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto

Ejercicio 1. Don Preciso ha enlosado casi toda su casa con baldosas cuadradas de un tercio de metro, solo le queda el trastero, como es una habitación secundaria quiere usar todos los trozos de baldosa que le han sobrado:

Fracción de baldosa	Media	Un tercio	Un cuarto
Número de trozos	29	21	10

El trastero tiene 2 metros de largo y de ancho dos tercios del largo. Don Preciso diseñó la vivienda para que no sobrara ninguna de las baldosas que compró (este hombre es así, que le vamos a hacer). ¿Lo habrá conseguido?

El ancho del trastero será: $Ancho = 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} m$

La área del trastero: $A_{trastero} = 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3} m^2$

El área de una baldosa: $A_{baldosa} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} m^2$

La suma del área de todos trozos: $A_{Strozos} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{29}{2} + \frac{21}{3} + \frac{10}{4} \right) = \frac{1}{9} \cdot \frac{288}{12} = \frac{8}{3} m^2$

Luego **lo ha conseguido**.

Ejercicio 2. En la casa de don Preciso se van a utilizar dos tipos de hormigón:

- Estándar:* 1 parte de cemento, 2 partes de arena y 3 partes de grava.
- De alta resistencia:* 2 partes de cemento, 3 partes de arena y 4 partes de grava.

Para construir la casa se utilizarán dos tercios de hormigón estándar y el resto de alta resistencia.

¿Cuál será la fracción de cemento, arena y de grava empleada en la casa?
Si ha comprado 10 m³ de cemento, ¿Qué volumen de arena y grava necesitará?

Para el hormigón estándar hay: $1 + 2 + 3 = 6 partes$

Por tanto las fracciones para el hormigón estándar serían: Cemento: $\frac{1}{6}$ Arena: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Grava: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Para el hormigón de alta resistencia hay: $2 + 3 + 4 = 9$ partes

Por tanto las fracciones para el hormigón de alta resistencia serían: Cemento: $\frac{2}{9}$ Arena: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ Grava: $\frac{4}{9}$

Como del estándar hay dos tercios y del de alta resistencia un tercio, las fracciones de hormigón en la casa será:

$$\text{Cemento: } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{18} + \frac{2}{27} = \frac{6+4}{54} = \frac{10}{54} = \frac{5}{27}$$

$$\text{Arena: } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Grava: } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{6} + \frac{4}{27} = \frac{18+8}{54} = \frac{26}{54} = \frac{13}{27}$$

Como hemos hecho muchos cálculos no viene mal sumar las fracciones para ver si obtenemos la unidad, y así comprobamos que todo está bien:

$$\frac{5}{27} + \frac{1}{3} + \frac{13}{27} = \frac{5}{27} + \frac{9}{27} + \frac{13}{27} = \frac{27}{27} = 1$$

Vayamos ahora con la segunda pregunta, para empezar voy a calcular el volumen total de hormigón, que notaremos por V , cuando se emplean 10 m^3 de cemento:

$$\frac{5}{27}V = 10 \Rightarrow V = \frac{10 \cdot 27}{5} = \frac{270}{5} = 54 \text{ m}^3$$

Luego la cantidad de arena y de grava será:

$$\text{Arena : } 54 \cdot \frac{1}{3} = 18 \text{ m}^3$$

$$\text{Grava : } 54 \cdot \frac{13}{27} = 26 \text{ m}^3$$



Opción D. Instalaciones

Ejercicio 1. En la imagen se muestra la instalación de la tuberías que quiere don Preciso en su cuarto de baño, en azul la del agua fría y en rojo la del agua caliente.

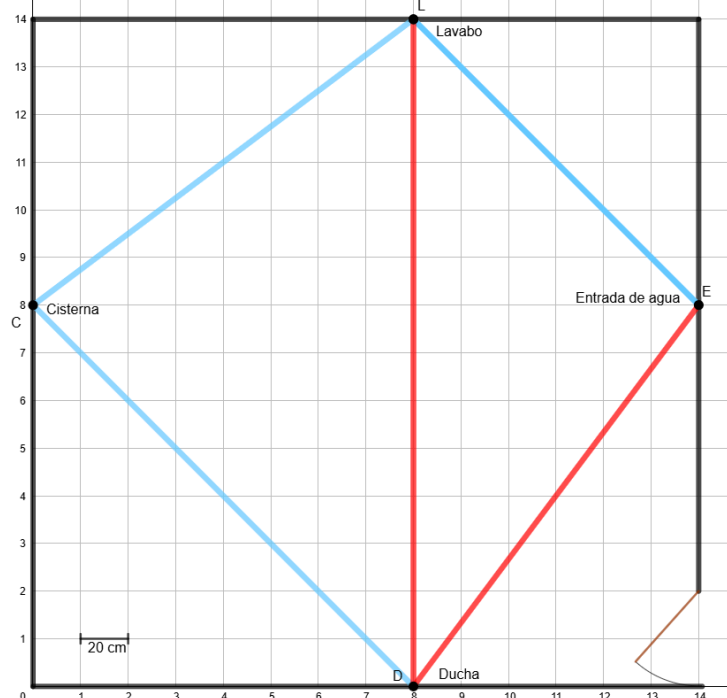


Imagen de elaboración propia con GeoGebra. Baño (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Las tuberías de cobre cuestan 6 €/m. Para las de agua caliente hay que añadirle un aislante que cuesta 1 €/m. Como es un amante de la exactitud quiere saber el precio exacto que le costarán las tuberías. ¿Cuál de estas opciones es?

- ☐ $40,8 + 16,8\sqrt{2} = 64,55887878... \approx 64,56 \text{ €}$
- ☐ $42,2\sqrt{2} = 59,679812... \approx 59,68 \text{ €}$
- ☐ $45,6 + 16,8\sqrt{2} = 69,3587878... \approx 69,36 \text{ €}$

Incorrecto. Mira la tercera opción.

Incorrecto. Mira la tercera opción.

¡Correcto!

Primero vamos a ver lo que miden las tuberías de cobre. Para explicar los cálculos llamaremos E, L, C y D a los puntos de entrada del agua en el cuarto de baño, en el lavabo, en la cisterna y en la ducha. Utilizando el Teorema de Pitágoras:

$$EL = \sqrt{120^2 + 120^2} = \sqrt{2 \cdot 120^2} = 120\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$LC = \sqrt{160^2 + 120^2} = \sqrt{40.000} = 200 \text{ cm}$$

$$CD = \sqrt{160^2 + 160^2} = 160\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Luego las tuberías del agua fría miden: } 200 + 280\sqrt{2} \text{ cm} = 2 + 2,8\sqrt{2} \text{ m}$$

$$DL = 280 \text{ cm}$$

$$DE = LC = 200 \text{ cm}$$

$$\text{Luego las tuberías de agua caliente miden } 480 \text{ cm} = 4,8 \text{ m}$$

$$\text{Por tanto el coste de las tuberías será: } 6(2 + 2,8\sqrt{2}) + 7 \cdot 4,8 = 45,6 + 16,8\sqrt{2} = 69,3587878... \approx 69,36 \text{ €}$$

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

Ejercicio 2. Don Preciso quiere poner focos en el salón a la altura del techo. En el plano siguiente se muestran dónde quiere poner los focos y los cables que los conectan:

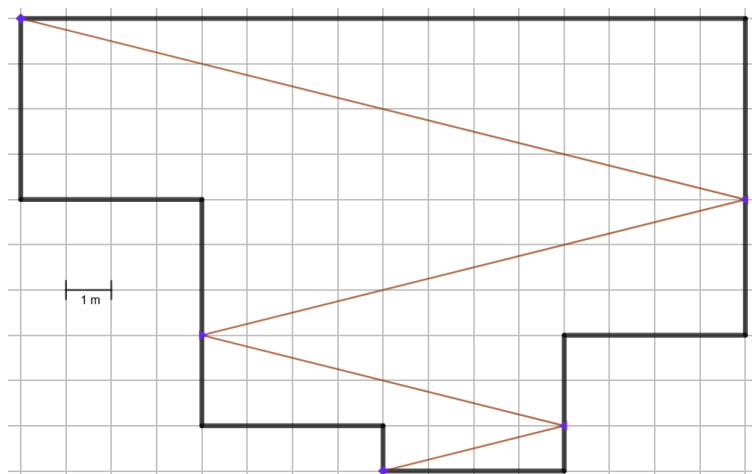


Imagen de elaboración propia con GeoGebra. Salón (CC BY-NC-SA

<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)

El precio del cable es de un euro el metro. La cantidad exacta que tiene que pagar es de:

- ☐ $\sqrt{17} + \sqrt{68} + \sqrt{152} + \sqrt{272} = 41,190... = 41,19 \text{ €}$
- ☐ $4\sqrt{17} + 2,9\sqrt{68} = 40,406... = 40,41 \text{ €}$
- ☐ $10\sqrt{17} = 41,231... = 41,23 \text{ €}$

Incorrecta mira la última opción

Incorrecta mira la última opción

¡Correcta!

Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}
 \text{Longitud} &= \sqrt{1^2 + 4^2} + \sqrt{2^2 + 8^2} + \sqrt{3^2 + 12^2} + \sqrt{4^2 + 16^2} = \\
 &= \sqrt{17} + \sqrt{68} + \sqrt{153} + \sqrt{272} = \\
 &= \sqrt{17} + \sqrt{4 \cdot 17} + \sqrt{9 \cdot 17} + \sqrt{16 \cdot 17} = \\
 &= \sqrt{17} + 2\sqrt{17} + 3\sqrt{17} + 4\sqrt{17} = \\
 &= 10\sqrt{17} = 41,231... = 41,23 \text{ m} = 41,23 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

3. Mini reto. La habitación de hotel



Practicando con la habitación de hotel

Para ir preparando el reto, vamos a plantear un "mini reto", para ello empezaremos haciendo los cálculos en una simple habitación de hotel, que tú mismo diseñarás, siguiendo los siguientes pasos:

1. Debes dibujar el plano de la habitación, debe estar formada por dos rectángulos: uno será la estancia principal y otro el cuarto de baño. No te olvides de incluir las medidas de las paredes.
2. En la estancia principal va a ir un televisor de formato 4:3 encima de una mesa y debajo de una estantería que está a 80 cm de la mesa, dejando al menos 5 cm de holgura. Tienes que averiguar de cuántas pulgadas es el televisor más grande que puedes colocar en esa mesa.
3. En los hoteles hay que minimizar los costes y dejar satisfechos a los clientes. Debes elegir la altura de la estancia principal y calcular la potencia ideal, en frigorías/h, que debe tener el aire acondicionado que irá en la habitación. Acuérdate de que para estar confortable se necesitan 50 frigorías/h por m^3 .
4. Debes calcular el número de baldosas cuadradas de un tercio de metro de lado que habrá que comprar para la estancia principal. Para el cuarto de baño, serás tú el que elija las dimensiones de las baldosas, y luego calcular el número que habrá que comprar.
5. Debes elegir, en el cuarto de baño, donde va a ir la entrada de la tubería del agua fría y caliente, y los puntos donde va a estar el lavabo, la cisterna y la ducha. Luego, calcula la cantidad de metros de tubería que debes comprar.
6. Para terminar algo que será de importancia en el reto: insonorizar la habitación. Para ello, vamos a emplear un hormigón especial que sustituye la grava por una sustancia secreta que tú solo conoces. Aquí están las partes que debes utilizar para fabricar este hormigón:

Cemento: 1 parte Arena: 2 partes Sustancia: 3 partes

Por cada cm de grosor del muro el ruido se disminuye en 10 dB. El exterior de la habitación puede alcanzar un ruido de 80 dB. Debes calcular la cantidad de cemento, arena y sustancia secreta que hay que comprar para insonorizar la habitación en m^3 . No olvides la puerta de entrada, de la que podrás elegir sus dimensiones. Como de este ejercicio no has visto nada hasta ahora, si te ves un poco perdido puedes mirar el siguiente ejemplo, aunque te aconsejo que no lo mires hasta que lleves un buen rato intentándolo, aprenderás mucho más.

Vamos a calcular lo que hay que comprar de cemento, arena y sustancia secreta en la habitación del siguiente dibujo, la habitación tiene 2,5 m de alta:

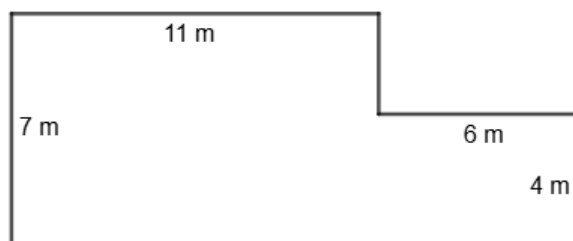


Imagen de elaboración propia con GeoGebra. Paredes (CC BY-NC-SA)

<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)

El grosor de los muros debe ser de 8 cm para evitar los 80 dB de ruido que pueden venir de fuera. Hay que tener en cuenta lo que ocurre en las 6 esquinas al engrosar los muros, en la siguiente imagen se muestra como queda la esquina superior izquierda:

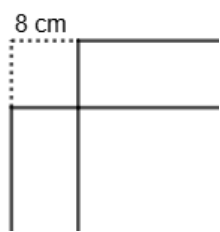


Imagen de elaboración propia con GeoGebra. *Esquina* (CC BY-NC-SA <<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

La puerta va a tener un metro de ancha y dos metros de alta.

Luego tendremos que sumar los prismas de las cuatro paredes, los prismas de base cuadrada de las 6 esquinas y restarle el hueco de la puerta. La suma de los primas de las paredes es igual al de una sola pared con la base de longitud el perímetro de la habitación de hotel. Sumando tenemos que la pared inferior es de $11 + 6 = 17$ m. El trozo de pared que no pone su medida es de $7 - 4 = 3$ m. Por tanto:

$$V = 2,5 \cdot 0,08 \cdot (11 + 3 + 6 + 4 + 17 + 7) + 6 \cdot 2,5 \cdot 0,08^2 - 1 \cdot 0,08 \cdot 2 = 9,536 m^3$$

Luego la cantidad de componentes será:

$$\begin{aligned} \text{Cemento} : 9,536 \cdot \frac{1}{6} &= 1,589\widehat{3} \text{ m}^3 \\ \text{Arena} : 9,536 \cdot \frac{2}{6} &= 3,178\widehat{6} \text{ m}^3 \\ \text{Sustancia insonorizante} : 9,536 \cdot \frac{3}{6} &= 4,768 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

4. Números reales



1. Tipos de número reales

Naturales

Son los positivos, se simboliza con la letra $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Algunos autores consideran al 0 como número natural.

Enteros

Son los positivos, negativos y el cero, se simboliza con la letra $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Racionales

Son los que se pueden expresar como una fracción, como una razón (de ahí su nombre).

La razón de 2 a 3 se puede expresar como $\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3}$$

Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Todos los números racionales se pueden expresar también con cifras decimales (el resultado de la división entre numerador y denominador) .

Los tipos de decimales son: exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.

Se simboliza con la letra \mathbb{Q}

Irracionales

Son los que no se pueden expresar como fracción: son la mayoría de los números.

Entre ellos podemos destacar, $\sqrt{2}$, π , e , $\sqrt[3]{5}$, ϕ , ...

se simboliza con la letra \mathbb{I}

Reales

Son los racionales y los irracionales juntos.

Se simboliza con la letra \mathbb{R} . Así que $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

Como además, el conjunto de los racionales y el conjunto de los irracionales no tienen nada en común.

Así que $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$



2. Vídeo explicativo

Puedes ver un vídeo donde te lo explicamos:

0:00 / 0:57

Vídeo de elaboración propia con Vidnoz. *Clasificación de los números* ([Términos de Servicio Vidnoz](https://es.vidnoz.com/terminos.html)
<<https://es.vidnoz.com/terminos.html>>)



Comprueba lo que sabes

Lee el texto y arrastra la palabra adecuada a cada hueco.

10 0 0 0



I N Q R Z enteros irracional naturales racionales reales

Los números son 1, 2, 3, 4, 5, etc. Hay infinitos. Este conjunto se representa con una .

Los son el conjunto de números reales que consiste de los números naturales, sus opuestos y el cero. El conjunto de enteros es algunas veces escrito como abreviatura.

Los números son aquellos números que pueden ser expresados como una relación (o fracción) entre dos enteros. Por ejemplo, las fracciones $\frac{1}{3}$ y $-\frac{1111}{8}$. Este conjunto se representa con una .

Un número es un número que no puede ser escrito como una relación (o fracción). En forma decimal, nunca termina o se repite. Este conjunto se representa con una .

El conjunto formado por los números racionales y los números irracionales se denomina conjunto de los números y se denota como .

Comprobar

5. Intervalos



1. Intervalos- nuevo concepto

Para *nombrar* a muchos números tenemos los elementos matemáticos que te vamos a presentar:

LOS INTERVALOS

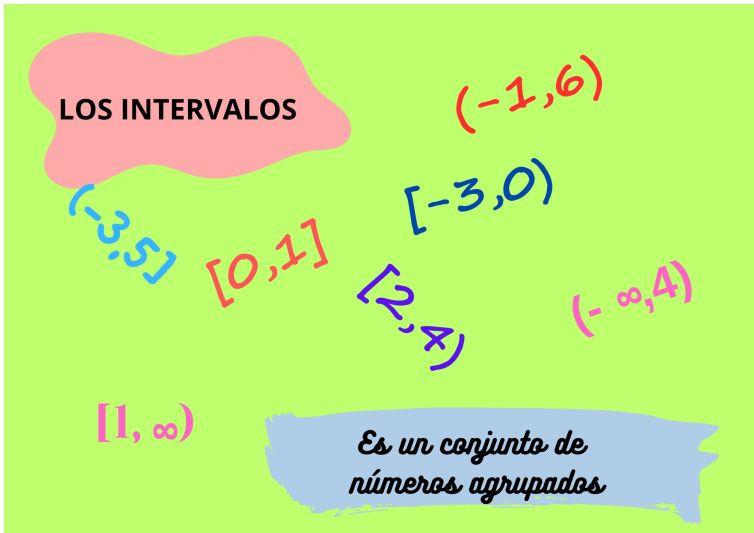


Imagen de elaboración propia con Canva. Intervalos numéricos (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Son elementos que engloban a una cantidad infinita de números reales (recuerda, tanto racionales como irracionales).

Los intervalos deben tener dos extremos (uno inicial y otro final), aunque haya otros que tienen el $\pm\infty$. Estas se llamarían **SEMIRECTAS**.

Según esté incluido o no el extremo, hay varios tipos de intervalos:

ABIERTO, (a, b)

Serán todos los números reales comprendidos entre a y b sin incluirlos.

Por ejemplo:

El intervalo (3,6) es el conjunto de números de la recta real entre el 3 y el 6 sin estar incluidos ni el 3 ni el 6.

Se simboliza con círculos abiertos



Imagen de elaboración propia (CC
BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

CERRADO, [a, b]

Serán todos los números reales comprendidos entre a y b ambos incluidos.

El intervalo $[1,4]$ es el conjunto de números de la recta real entre el 1 y el 4 incluyendo el 1 y el 4.

Se simboliza con círculos rellenos



Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

SEMIABIERTO o SEMICERRADO, $[a, b]$ o $(a, b]$

Serán todos los números reales comprendidos entre a y b incluyendo al número con el corchete. $[,]$

Por ejemplo:

El intervalo $(-1,7]$ es el conjunto de números de la recta real entre el -1 y el 7. El -1 no está incluido pero el 7 sí.

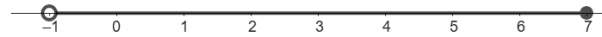


Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

El intervalo $[2,5)$ es el conjunto de números de la recta real entre el 2 y el 6. El 5 no está incluido pero el 2 sí.



Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

SEMIRECTAS

Serán aquellas donde uno de los extremos es $+\infty$ o $-\infty$

En estos casos, el ∞ **nunca** está incluido

La semirrecta $[1, +\infty)$ es el conjunto de números de la recta real mayores o igual que 1

Se representa donde esté el ∞ con una flecha.

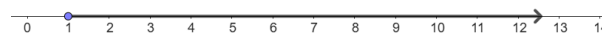


Imagen de elaboración propia (CC BY-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Aquí puedes ver un vídeo para comprenderlo mejor:

Loading [MathJax]/extensions/MathMenu.js



2. Formas de representar un intervalo

Con una representación gráfica

Se representa con un segmento destacando sus extremos. Si es abierto, se representa con círculos abiertos y si es cerrado, con círculos rellenos.

Si se trata de una semirrecta, se indicará con una flecha en el lado del $-\infty$ o $+\infty$

Esto lo hemos visto en el apartado anterior.

Como conjuntos de números reales

Se escribe entre llaves $\{ , \}$ con desigualdades. Es un modo más "matemático"

$$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\} \iff [a, b]$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\} \iff (a, b]$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\} \iff [a, b)$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\} \iff (a, b)$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a < x\} \iff \{x \in \mathbb{R} / x > a\} \iff (a, +\infty)$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x\} \iff \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\} \iff [a, +\infty)$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a > x\} \iff \{x \in \mathbb{R} / x < a\} \iff (-\infty, a)$$

$$\{x \in \mathbb{R} / a \geq x\} \iff \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\} \iff (-\infty, a]$$

Con intervalos

Se expresa con los paréntesis $()$ cuando el extremo no esté incluido. Se dice abierto.

Se expresa con los corchetes $[]$ cuando el extremo esté incluido. Se dice cerrado.

(a, b) - Intervalo abierto entre los números a y b sin estar ningún extremo incluido.

$[a, b]$ - Intervalo cerrado entre los números a y b con los dos extremos incluidos.

$[a, b)$ - Intervalo semiabierto (o semicerrado) entre los números a y b incluyendo solo a a y no a b .

$(a, b]$ - Intervalo semiabierto (o semicerrado) entre los números a y b incluyendo solo a b y no a a .



3. Comprueba lo visto con GeoGebra

Mueve los puntos del intervalo y comprueba lo visto anteriormente.



4. Practica

Escribe de las otras dos maneras la expresión de cada intervalo:

- a) $[2, 5]$
- b) $(-1, 4]$
- c) $[\emptyset, 3)$
- d) $(-\infty, 3]$
- e) $(-1, \infty)$

a)

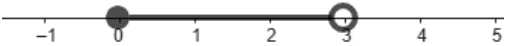
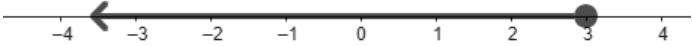



Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

b)



Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

c)	 <p>Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA <http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>
d)	 <p>Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA <http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>
e)	 <p>Imagen de elaboración propia (CC BY-NC-SA <http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>

a)	$\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 5\}$ <p><1736680466573zhaohr83fea.webm></p> <p>Audio de elaboración propia (CC BY-NC-SA <http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>
b)	$\{x \in \mathbb{R} / -1 < x \leq 4\}$ <p><173668081076971le9bn1zw.webm></p> <p>Audio de elaboración propia (CC BY-NC-SA <http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>
c)	$\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 3\}$

	<p><17366808367991f71g5saf82j.webm></p> <p>Audio de elaboración propia (CC BY-NC-SA)</p> <p><http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>
d)	<p>$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 3\} \iff \{x \in \mathbb{R} / 3 \geq x\}$</p> <p><17366807012550uhgaqv9ydz.webm></p> <p>Audio de elaboración propia (CC BY-NC-SA)</p> <p><http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>
e)	<p>$\{x \in \mathbb{R} / -1 < x\} \iff \{x \in \mathbb{R} / x > -1\}$</p> <p><1736680882865y6vvsntaa.webm></p> <p>Audio de elaboración propia (CC BY-NC-SA)</p> <p><http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)</p>



5. Practica

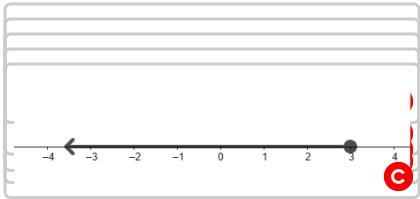
Selecciona la imagen correcta para cada intervalo.

5 0 0 0



Comprobar

Selecciona el gráfico asociado a $(-1, +\infty)$



6. Radicales



1. Radicales

Son expresiones numéricas donde aparece un radical (ya sea raíz cuadrada, cúbica o enésima)...



2. ¿Qué o quiénes son los radicales?

Definición de números radicales

Los números radicales son números que se representan utilizando el símbolo de la raíz, como la raíz cuadrada, \sqrt{x} , o la raíz cúbica, $\sqrt[3]{x}$, etc. Matemáticamente, el símbolo de la raíz se llama **radical** y el número dentro del símbolo se llama **radicando**.

Ejemplos comunes

- **Raíz cuadrada:** $\sqrt{4} = 2$, porque $2^2 = 4$
- **Raíz cúbica:** $\sqrt[3]{27} = 3$, porque $3^3 = 27$
- **Raíz cuarta:** $\sqrt[4]{16} = 2$, porque $2^4 = 16$

Propiedades

- **Simplificación:** Es posible simplificar expresiones radicales para hacerlas más manejables. Por ejemplo $\sqrt{50}$ se puede simplificar a $5\sqrt{2}$.
- **Multipliación y división:** puedes multiplicar y dividir radicales. Por ejemplo, $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$
- **Radicales racionales e irracionales:** Algunos radicales son números racionales (como $\sqrt{4} = 2$) y otros son irracionales (como $\sqrt{2} = 1'4142...$)

Aplicaciones

Los números radicales se utilizan en muchas áreas de las matemáticas y las ciencias:

- **Geometría:** Para encontrar longitudes de diagonales, hipotenusas, etc
- **Física:** En cálculos relacionados con la velocidad, la aceleración y más
- **Ingeniería:** Para resolver problemas de diseño y análisis

6.1 Simplificación y extracción de factores



1. Extraer factores

1. Hay que factorizar el radicando.
2. Hay que agrupar dichos factores en grupos de n en n , siendo n el índice del radicando.
3. Finalmente extraemos los factores cuyo exponente coincide con el índice del radicando.

<https://www.youtube.com/embed/2HachLBuoZo?si=3TwNgSRDH3aGcKZJ>

Vídeo de Matemáticas profe Alex <<https://www.youtube.com/@MatematicasprofeAlex>> .

Simplificación de radicales / Parte 1 principiantes <<https://youtu.be/2HachLBuoZo?si=VHPwpmSPrR3tMnbp>> (Licencia estándar de YouTube <<https://www.youtube.com/static?template=terms>>)



2. Practica:

Simplifica los siguientes radicales:

- a) $\sqrt{50}$
- b) $\sqrt{72}$
- c) $\sqrt{18x^2}$
- d) $\sqrt{200y^3}$
- e) $\sqrt{98z^4}$
- f) $\sqrt{32}$
- g) $\sqrt{48x^4}$

- a) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$
- c) $\sqrt{18x^2} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot x^2} = 3x\sqrt{2}$
- d) $\sqrt{200y^3} = \sqrt{100 \cdot 2 \cdot y^2 \cdot y} = 10y\sqrt{2y}$
- e) $\sqrt{98z^4} = \sqrt{49 \cdot 2 \cdot z^4} = 7z^2\sqrt{2}$
- f) $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$
- g) $\sqrt{48x^4} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot x^4} = 4x^2\sqrt{3}$



3. Practica:

- a) $\sqrt[3]{54}$
- b) $\sqrt[4]{32x^8}$
- c) $\sqrt[3]{-125y^6}$
- d) $\sqrt[5]{96a^{10}b^5}$
- e) $\sqrt[3]{128y^9}$
- f) $\sqrt[4]{81z^{12}}$

- a) $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{2}$
 - b) $\sqrt[4]{32x^8} = \sqrt[4]{16 \cdot 2 \cdot x^8} = 2x^2\sqrt[4]{2}$
 - c) $\sqrt[3]{-125y^6} = -\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{y^6} = -5y^2$
 - d) $\sqrt[5]{96a^{10}b^5} = \sqrt[5]{32 \cdot 3 \cdot a^{10} \cdot b^5} = 2a^2b\sqrt[5]{3}$
 - e) $\sqrt[3]{128y^9} = \sqrt[3]{64 \cdot 2 \cdot y^9} = 4y^3\sqrt[3]{2}$
 - f) $\sqrt[4]{81z^{12}} = \sqrt[4]{81 \cdot z^{12}} = 3z^3$
-

6.2 Operaciones



1. Sumas y restas

Solamente se podrán sumar/restar radicales que tengan el mismo radical.

<https://www.youtube.com/embed/2BVgn1wk5ko?si=PyYUYuv2FAPzOeLI>

Vídeo de Matemáticas profe Alex <<https://www.youtube.com/@MatematicasprofeAlex>> . *Suma y resta de radicales* <<https://youtu.be/2BVgn1wk5ko?si=DNpUtdRxLI9ScITP>> (Licencia estándar de YouTube <<https://www.youtube.com/static?template=terms>>)



2. Productos y divisiones

Para multiplicar los radicales, si tienen el mismo índice se pueden multiplicar los radicandos .
Si tienen distinto índice, previamente deberemos usar el mcm de los índices para el índice común.
Para dividir, será similar.

https://www.youtube.com/embed/avy7Me0Vi1I?si=wc8_TINBAdcmvLFc

Vídeo de Tuto mate <<https://www.youtube.com/@Tutomate>> . *Producto y division de radicales* <<https://youtu.be/avy7Me0Vi1I?si=hrpFU9OILyqUhF7A>> (CC BY <<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)



3. Racionalización

Cuando tenemos una fracción donde el denominador es un radical, necesitamos expresar dicha fracción con otra equivalente donde el denominador sea un número entero. Este proceso se llama **racionalización**.

<https://www.youtube.com/embed/PI2TVst7Ibs?si=jAzUnXDAaPR0NxnZ>

Matemáticas profe Alex <<https://www.youtube.com/@MatematicasprofeAlex>> . *Racionalización de denominadores | Ejemplo 1* <https://youtu.be/PI2TVst7Ibs?si=WTbZuWZAieuo69_Z> (Licencia estándar de YouTube <<https://www.youtube.com/static?template=terms>>)



4. Practica

4. Combina y simplifica radicales:

- a) $2\sqrt{12} + 3\sqrt{27}$
- b) $5\sqrt{200x^2} - 4\sqrt{50x^2}$

$$\begin{aligned} \text{a)} \sqrt{12} + 3\sqrt{27} &= 2 \cdot 2\sqrt{3} + 3 \cdot 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 13\sqrt{3} \\ \text{b)} 5\sqrt{200x^2} - 4\sqrt{50x^2} &= 5 \cdot 10x\sqrt{2} - 4 \cdot 5x\sqrt{2} = 50x\sqrt{2} - 20x\sqrt{2} = 30x\sqrt{2} \\ \text{c)} 3\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54} &= 3\sqrt[3]{2^4} + 2\sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 3 \cdot 2\sqrt[3]{2} + 2 \cdot 3\sqrt[3]{2} = \\ &= 6\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} = 12\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$



5. Practica

5. Reescribe en forma exponencial y luego simplifica:

- a) $\sqrt{x^6}$
- b) $\sqrt[3]{x^{15}}$
- c) $\sqrt[4]{a^{20}b^{16}}$
- d) $\sqrt[5]{c^{25}d^{10}}$

$$\begin{aligned} \text{a)} \sqrt{x^6} &= x^{6/2} = x^3 \\ \text{b)} \sqrt[3]{x^{15}} &= x^{15/3} = x^5 \\ \text{c)} \sqrt[4]{a^{20}b^{16}} &= a^{20/4}b^{16/4} = a^5b^4 \\ \text{d)} \sqrt[5]{c^{25}d^{10}} &= c^{25/5}d^{10/5} = c^5d^2 \end{aligned}$$



6. Practica

6. Simplifica y realiza las operaciones:

- a) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8}$
- b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{375}$
- c) $\sqrt[4]{108} \cdot \sqrt[4]{12}$
- d) $\sqrt[3]{-64} + \sqrt[3]{8}$

- a) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{18 \cdot 8} = \sqrt{144} = 12$
b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{9 \cdot 375} = \sqrt[3]{3^2 \cdot 3 \cdot 5^3} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5^3} = \sqrt[3]{15^3} = 15$
c) $\sqrt[4]{108} \cdot \sqrt[4]{12} = \sqrt[4]{1296} = 6$
d) $\sqrt[3]{-64} + \sqrt[3]{8} = -4 + 2 = -2$



7. Practica

7. Expresa en términos simples y racionaliza si es necesario:

- a) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$
b) $\frac{\sqrt{27x^3}}{\sqrt{3x}}$
c) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$
d) $\frac{\sqrt[4]{81a^8}}{\sqrt[4]{a^4}}$

- a) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5$
b) $\frac{\sqrt{27x^3}}{\sqrt{3x}} = \frac{3x\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}} = 3x$
c) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = 3$
d) $\frac{\sqrt[4]{81a^8}}{\sqrt[4]{a^4}} = \frac{3a^2}{a} = 3a$



8. Practica

8. Racionaliza el denominador:

- a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$
b) $\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{b) } \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$$



9. Practica

9. Simplifica expresiones radicales más complejas:

$$\text{a) } \sqrt{72} + 3\sqrt{18} - \sqrt{50}$$

$$\text{b) } \sqrt{x^3 + 2x^2} + \sqrt{x^3 - 2x^2}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{27x^3y^2}}{3\sqrt{3x}}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[4]{81a^{16}b^8}}{\sqrt{a^4b^2}}$$

$$\text{a) } \sqrt{72} + 3\sqrt{18} - \sqrt{50} = 6\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{x^3 + 2x^2} + \sqrt{x^3 - 2x^2} = \sqrt{x^2(x+2)} + \sqrt{x^2(x-2)} = x\sqrt{(x+2)} + x\sqrt{(x-2)}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{27x^3y^2}}{3\sqrt{3x}} = \frac{3xy\sqrt{3x}}{3\sqrt{3x}} = \frac{xy\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}} = xy$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[4]{81a^{16}b^8}}{\sqrt{a^4b^2}} = \frac{3a^4b^2}{a^2b} = 3a^2b$$

7. Logaritmos



1. LOGARITMOS - inicio

Resolver ecuaciones si la incógnita está en la base de una potencia

Si tenemos la incógnita en la base, debemos usar la raíz n-ésima, de manera que:

$$x^2 = 36, \text{ es igual a, } x = \sqrt{36},$$

$$\text{y } x^5 = 42, \text{ es igual a, } x = \sqrt[5]{42}$$

Resolver ecuaciones si la incógnita está en el exponente de una potencia

¿Qué ocurre si la incógnita está en el exponente de la potencia?

Por ejemplo: $2^x = 56$, ¿Cómo calcularíamos la incógnita? Se hace necesaria una "herramienta" matemática que permita encontrar la solución, ¿sabes cuál?

Te doy unas pistas : empieza por lo y acaba por ritmo, pues sí LOGARITMO

Inicio a los LOGARITMOS

"Napier acuñó el término para logaritmo en latín medio, logarithmus, que literalmente significa ' número-razón ', derivado del griego logos ' proporción, razón, palabra ' + arithmos ' número ' "

Volvamos a la ecuación anterior: $2^x = 56$, pues $x = \log_2 56$

Regla de oro de los LOGARITMOS

REGLA DE ORO DE LOS LOGARITMOS

$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$$

Que relaciona el concepto para ti nuevo de los logaritmos con el concepto para ti conocido de las expresiones exponenciales

Así que:

$$\log_5 25 = 2 \Leftrightarrow 5^2 = 25$$

$$\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$



2. Vídeos explicativos del inicio de los logaritmos

Aquí puedes ver un par de vídeos aclaratorios:

0:00 / 2:17

Vídeo de elaboración propia. *Logaritmos definición* (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

0:00 / 4:19

Vídeo de elaboración propia. *Logaritmos* (CC BY-NC-SA <<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Y tienes un vídeo de un avatar, Mila, que te hace una breve introducción de los logaritmos:

0:00 / 0:47



3. LOGARITMOS - cálculos mentales

$$\log_2 8 = 3 \text{ porque } 2^3 = 8$$

$$\log_5 \frac{1}{25} = -2 \text{ porque } 5^{(-2)} = \frac{1}{25}$$

$$\log_3 81 = 4 \text{ porque } 3^4 = 81$$



4. LOGARITMOS - propiedades

Hay varias propiedades que se pueden razonar fácilmente conociendo las propiedades de las potencias:

1. $\log_a a = 1$ pues $a^1 = a, \forall a \in \mathbb{R}$
2. $\log_a 1 = 0$ pues $a^0 = 1, \forall a \in \mathbb{R}$
3. $\log_a a^n = n$ por la definición de logaritmo, $\forall a \in \mathbb{R}$
4. $\log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q \quad \forall a, P, Q \in \mathbb{R}$
5. $\log_a \left(\frac{P}{Q} \right) = \log_a P - \log_a Q \quad \forall a, P, Q \in \mathbb{R}$
6. $\log_a P^n = n \cdot \log_a P \quad \forall a \in \mathbb{R}$
7. $\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{\log_a P}{n} \quad \forall a \in \mathbb{R}$
8. $\log_a P = \frac{\log_b P}{\log_b a} \quad \forall a, b, P \in \mathbb{R}$
9. $a^{\log_a P} = P \quad \forall a, b, P \in \mathbb{R}$



5. Hazlo aquí

Durante el vídeo se te plantearán una serie de preguntas, responde seleccionando la respuesta que creas correcta.

Vídeo de Matemáticas profe Alex. <<https://www.youtube.com/@MatematicasprofeAlex>> *Propiedades de los logaritmos / Logaritmo de un Producto*
<<https://youtu.be/m5qBf1qJjEo?si=bCWxWcrfYQzuo7AL>> (Licencia estándar de YouTube) <<https://www.youtube.com/static?template=terms>>



6. Nivel 1: Conceptos básicos

1. Calcula los siguientes logaritmos:

$$\log_{10}(100)$$

$$\log_2(8)$$

$$\log_5(1)$$

$$\log_7(49)$$

2. Resuelve la ecuación:

$$\log_3(x) = 2$$

$$\log_{10}(x) = -1$$

1.

$$\log_{10}(100) = 2 \text{ (Porque } 10^2 = 100)$$

$$\log_2(8) = 3 \text{ (Porque } 2^3 = 8)$$

$$\log_5(1) = 0 \text{ (Porque } 5^0 = 1)$$

$$\log_7(49) = 2 \text{ (Porque } 7^2 = 49)$$

2.

$$\log_3(x) = 2 \Rightarrow 3^2 = x \Rightarrow x = 9$$

$$\log_{10}(x) = -1 \Rightarrow 10^{-1} = x \Rightarrow x = 0.1$$



7. Nivel 2: propiedades

3. Simplifica las siguientes expresiones usando propiedades de los logaritmos:

$$\log_2(32) + \log_2(4)$$

$$\log_5(125) - \log_5(25)$$

$$3 \log_3(x) - \log_3(x^2)$$

4. Resuelve la ecuación:

$$\log_2(x) + \log_2(x - 2) = 3$$

Soluciones - Nivel 2

3.

$$\log_2(32) + \log_2(4) = \log_2(32 \cdot 4) = \log_2(128) = 7 \text{ (Porque } 2^7 = 128)$$

$$\log_5(125) - \log_5(25) = \log_5\left(\frac{125}{25}\right) = \log_5(5) = 1$$

$$3\log_3(x) - \log_3(x^2) = \log_3(x^3) - \log_3(x^2) = \log_3\left(\frac{x^3}{x^2}\right) = \log_3(x)$$

4.

$$\log_2(x) + \log_2(x - 2) = 3 :$$

$$\text{Usamos } \log_2(x) + \log_2(x - 2) = \log_2[x(x - 2)],$$

$$\log_2[x^2 - 2x] = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 2^3 = 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, \text{ se resuelve la ecuación de segundo grado}$$

$x = 4$ y $x = -2$, pero se descarta el valor negativo porque nunca puede ser negativo ni cero el argumento de un logaritmo.

Hay que recordar que en la ecuación $\log_2(x) + \log_2(x - 2) = 3$: tenemos el término $\log_2(x - 2)$ y con $x = -2$ resultaría negativo



8. Logaritmos con bases distintas y ecuaciones avanzadas

5. Simplifica y evalúa:

a. $\log_6(36) \cdot \log_{36}(6)$

b. $\frac{\log_3(81)}{\log_9(27)}$

6. Resuelve las ecuaciones:

a. $\log_4(x) = 2\log_4(3)$

b. $\log_2(x) = \log_2(x^2) + 1$

a. $\log_6(36) \cdot \log_{36}(6) = \log_6(6^2) \cdot \frac{1}{\log_6(36)} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

b. $\frac{\log_3(81)}{\log_9(27)} = \frac{\log_3(3^4)}{\log_9(3^3)} = \frac{4}{\frac{3}{2}} = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3}$.

6.

a. $\log_4(x) = 2 \log_4(3)$:

Usamos $\log_4(x) = \log_4(3^2) = \log_4(9)$, por lo que $x = 9$

b. $\log_2(2x) = \log_2(x^2) + 1$:

Usamos $\log_2(2) + \log_2(x) = 2 \log_2(x) + 1 \Rightarrow 1 + \log_2(x) = 2 \log_2(x) + 1 \Rightarrow \log_2(x) = 0 \Rightarrow x = 1$



9. Practica con las propiedades

7. Si el $\log_5(A) = 1'8$ y el $\log_5(B) = 2'4$, calcula, usando las propiedades de los logaritmos: $\log_5(125AB^2)$

7.

$$\log_5(125AB^2) =$$

$$= \log_5(125) + \log_5(A) + \log_5(B^2) =$$

$$= \log_5(5^3) + \log_5(A) + \log_5(B^2) =$$

$$= 3 \log_5(5) + \log_5(A) + 2 \log_5(B) =$$

$$= 3 \cdot 1 + 1'8 + 2 \cdot 2'4 = 3 + 1'8 + 4'8 = 9'6$$

7.1 La percepción y los logaritmos



1. Percepción y logaritmos

La mayoría de las escalas son lineales, es decir, las unidades avanzan de una en una. Sin embargo, cuando necesitamos abarcar una amplia variación de magnitudes, como al comparar el tamaño de un electrón con el de una galaxia, una escala lineal no sería suficiente. En estos casos, utilizamos escalas logarítmicas, en las que se pasa de una unidad a otra multiplicando por un número fijo (por ejemplo: 10, 100, 1000...).

Lo interesante de las escalas logarítmicas es que reflejan cómo percibimos el mundo. Según la Ley de Weber-Fechner, «si un estímulo crece en progresión geométrica, nuestra percepción cambia en progresión aritmética». Esto explica por qué, si estamos en un lugar muy silencioso, un pequeño aumento de sonido es fácil de notar, pero si ya hay ruido, ese mismo aumento pasa desapercibido. Cuanto más ruidoso es el ambiente, mayor debe ser el cambio para que lo percibamos.

Por este motivo, el sonido se mide en decibelios (dB), una escala logarítmica. En esta escala, un sonido de 20 dB no es el doble de ruidoso que uno de 10 dB, sino 10 veces más intenso. Y uno de 30 dB es 100 veces más intenso que uno de 10 dB.

En ciencias, es esencial ser preciso y evitar definiciones ambiguas. Cuando hablamos de sonido, necesitamos saber exactamente a qué nos referimos. El sonido es la vibración del aire que mueve nuestro tímpano. Estas vibraciones se producen por cambios en la presión del aire: cuando la presión aumenta, empuja el tímpano, y cuando disminuye, el tímpano se mueve en sentido contrario. Cuanto mayor es la presión, más se estira el tímpano, y un sonido extremadamente fuerte puede incluso romperlo.

Para trabajar matemáticamente con los decibelios L_W , se trabaja con la potencia de una fuente de sonido a estudiar W , y la potencia de una fuente que está en el umbral de audición $W_0 = 10^{-12}$, mediante esta fórmula:

$$L_W = 10 \cdot \log \left(\frac{W}{10^{-12}} \right)$$

Con el siguiente ejemplo vamos a jugar con esta fórmula:

Ejemplo: Supongamos que estamos oyendo a una persona hablando a 60 dB, y hay un insecto que emite 20 decibelios. ¿Escucharemos al insecto?

Vamos a calcular la potencia de la persona y del insecto:

Potencia de la persona: $L_{W_p} = 60 \text{ dB}$

Luego tenemos la siguiente ecuación:

$$10 \cdot \log \left(\frac{W_p}{10^{-12}} \right) = 60$$

En la situación de aprendizaje próxima verás con más detalle este tipo de ecuaciones. Nuestro objetivo ahora es poner en juego algunas propiedades de los logaritmos, que has visto en el apartado anterior, que vas a necesitar para afrontar el reto. Primero vamos a despejar el logaritmo de la izquierda pasando el 10 dividiendo:

$$\log \left(\frac{W_p}{10^{-12}} \right) = \frac{60}{10} \Rightarrow \log \left(\frac{W_p}{10^{-12}} \right) = 6$$

Ahora vamos a poner 10 elevado al lado izquierdo, y lo igualamos a 10 elevado al lado derecho:

$$10^{\log \left(\frac{W_p}{10^{-12}} \right)} = 10^6$$

Por la *propiedad 9* que vimos en el apartado anterior:

$$\frac{W_p}{10^{-12}} = 10^6 \Rightarrow W_p = 10^6 \cdot 10^{-12} = 10^{-6}$$

Ya tenemos la potencia sonora de la persona, vamos ahora con la del mosquito:

$$L_{W_i} = 20$$

$$10 \cdot \log\left(\frac{W_i}{10^{-12}}\right) = 20$$

$$\log\left(\frac{W_i}{10^{-12}}\right) = 2 \Rightarrow \frac{W_i}{10^{-12}} = 10^2 \Rightarrow W_i = 10^2 \cdot 10^{-12} = 10^{-10}$$

Ya tenemos las dos potencias, sumando tendremos la potencia total:

$$W_T = W_p + W_i = 10^{-6} + 10^{-10} = 10^{-6} + 0,0001 \cdot 10^{-6} = 1,0001 \cdot 10^{-6}$$

Por tanto, el oyente oirá:

$$L_T = 10 \cdot \log\left(\frac{1,0001 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 60,000434 \dots \approx 60 \text{ dB}$$

Es decir, **no escuchará al insecto**.

El siguiente ejercicio es importante para el reto. Intenta resolverlo sin mirar la solución, seguro que así aprendes mucho más.



2. Ejercicio

En el mini reto, vimos que el hormigón especial, que gracias a tu sustancia secreta, por cada cm de grosor bajaba 10 dB, el problema es que a partir de los 100 dB, por cada cm de grosor solo baja 1 dB. Hay que insonorizar una habitación cuadrada de una emisora de radio, de los dos estudios que tiene al lado. En el Estudio A suele tocar un grupo de rock duro a 110 dB. En el otro, el Estudio B, suelen ir clases de alumnos de 2º de ESO también a 110 dB. Debes calcular el volumen de los muros, con tu hormigón especial para insonorizar la habitación, la cual tiene 5 metros de lado, 2,70 m de alto, y una puerta de 2 m de alta y uno de ancha.

Lo primero es ver el grosor de los muros, para ello debemos conocer los decibelios que debe soportar la habitación.

Vamos a calcular la potencia de los estudios:

$$\text{Decibelios de un estudio: } L_W = 110 \text{ dB}$$

Luego tenemos la siguiente ecuación:

$$10 \cdot \log\left(\frac{W}{10^{-12}}\right) = 110$$

Vamos a despejar el logaritmo de la izquierda pasando el 10 dividiendo:

$$\log\left(\frac{W}{10^{-12}}\right) = \frac{110}{10} \Rightarrow \log\left(\frac{W}{10^{-12}}\right) = 11$$

Ahora vamos a poner 10 elevado al lado izquierdo, y lo igualamos a 10 elevado al lado derecho:

$$10^{\log\left(\frac{W}{10^{-12}}\right)} = 10^{11}$$

Por la *propiedad 9* que vimos en el apartado anterior:

$$\frac{W}{10^{-12}} = 10^{11} \Rightarrow W = 10^{11} \cdot 10^{-12} = 10^{-1} = 0,1$$

Luego la potencia de los dos estudios juntos es:

$$W_T = 0,1 + 0,1 = 0,2$$

Por tanto:

$$L_T = 10 \cdot \log\left(\frac{0,2}{10^{-12}}\right) = 113,010... \approx 113 \text{ dB}$$

Los muros tienen que tener un ancho de 10 cm para los 100 primeros dB, y otros 13 cm para los 13 últimos decibelios. Por tanto deben medir **23 cm de ancho**.

En la siguiente dibujo vemos que podemos descomponer la base de los muros de la habitación en 4 rectángulos de 0,23x5,23 m:

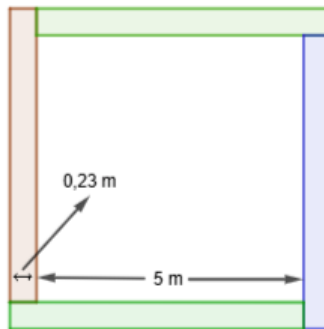


Imagen de elaboración propia con
GeoGebra. Cuarto cuadrado (CC BY-NC-SA
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)

Como la puerta tiene un volumen de 0,23x1x2 m el volumen pedido es:

$$V = 4 \cdot 2,70 \cdot 0,23 \cdot 5,23 - 0,23 \cdot 1 \cdot 2 = \mathbf{12,53132 \text{ m}^3}$$

8. Resumen



Importante

A continuación veremos un resumen todo lo visto en esta situación de aprendizaje:

Números reales

Los números que sirven para contar son los **naturales**: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Algunos autores, también consideran que el 0 es un número natural, ya que sirve para indicar la ausencia de algo, además de esta forma la suma tendría un elemento neutro.

Al conjunto de los números naturales, se le añaden los negativos y el cero, si es el caso, para obtener el conjunto de los números **enteros**: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

La siguiente ampliación consiste en añadir las fracciones no enteras obteniendo el conjunto de los **racionales**, \mathbb{Q} , en el cual se incluyen todas las fracciones, o lo que es equivalente: todos los enteros, los decimales exactos y los decimales periódicos.

La última ampliación es añadir los números **irracionales**, \mathbb{I} , es decir, los que no se pueden expresar como una fracción, pero que nos lo encontramos en nuestra realidad: π , $\sqrt{2}$... o lo que es lo mismo, los números con infinitos decimales no periódicos. Con esta ampliación obtenemos el conjunto de los números **reales**, \mathbb{R} .

Intervalos

Los intervalos son un conjunto de números comprendidos entre dos valores reales, o bien, superiores o inferiores a un número real (semirrecta).

Los extremos pueden estar incluidos (cerrado) o bien excluidos (abiertos).

Existen tres formas de representarlos:

1. Mediante paréntesis (abierto) o corchetes (cerrado): $(1, 2)$, $(1, 2]$, $[1, 2)$, $[1, 2]$...
2. Con desigualdades: $\{x/x > 2\}$ o $\{x/1 < 2 \leq 3\}$...
3. Gráficamente, donde si el punto está incluido se dibuja relleno y si es excluido vacío:

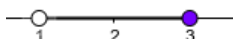


Imagen de elaboración propia. *Intervalo* (CC BY-NC-SA

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/es/>)

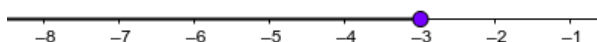


Imagen de elaboración propia. *Intervalo 2* (CC BY-NC-SA

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/es/>)

Radicales

Algunas cuestiones importantes relacionado con una solución dada en radicales:

1. Debemos extraer los factores posibles.
2. Los radicales iguales hay que sumarlos o restarlos.
3. Debemos racionalizar: encontrar una expresión equivalente, sin radicales en el denominador.

Logaritmos

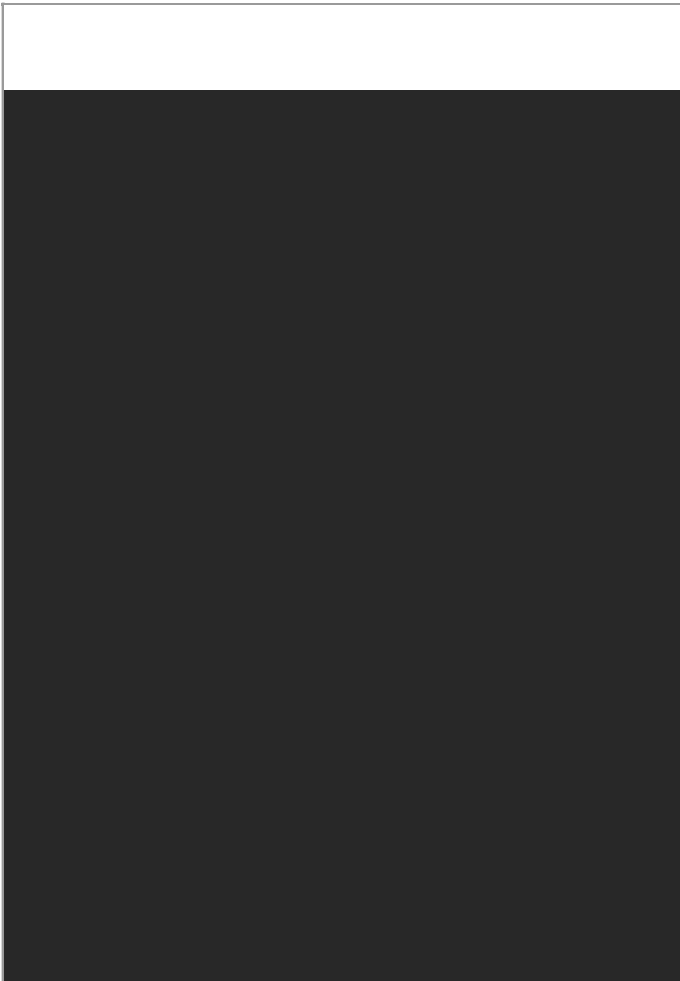
Decimos que $\log_b(a) = c$ si $b^c = a$ con a y b positivos. De nuevo vemos una operación relacionada con la potencia, pero en este caso, lo que buscamos es el exponente.

Los logaritmos de base 10, se llaman decimales y se escriben simplemente $\log a$, es decir, no es necesario indicar la base del logaritmo. Cuando la base del logaritmo es el número e , entonces decimos que se trata de un logaritmo neperiano y se escribe $\ln a$ o bien $\text{Ln } a$.

La utilidad de los logaritmos está en sus propiedades, ya que convierten multiplicaciones en sumas, divisiones en restas, potencias en multiplicaciones y radicales en divisiones, lo cual es muy útil para expresiones muy complejas, sobre todo antes de la invención de las calculadoras, de hecho las calculadoras los usan para estos cálculos.

Los humanos usamos una escala logarítmica (en vez de ir de uno en uno, va de 1, 10, 100...) en nuestras percepciones, así por ejemplo, nuestra vista puede detectar la variación de 1 punto a 2 puntos, pero es incapaz de darse cuenta cuando pasas de 1000 puntos a 1001 puntos.

Descarga [aquí](#) la versión imprimible.



Material de elaboración propia.

Imprimible de la situación de aprendizaje 1.1. ([CC BY-NC-SA](#)
<<http://creativecommons.org/licenses/?lang=es>>)



Detalle y autoría

Título	Situación de aprendizaje 1.1: Vivir con el Recre, presupuestando sueños
Enseñanza y nivel	1º Bachillerato
Descripción	REA de la asignatura de MATEMÁTICAS I para 1º de BACHILLERATO
Personas elaboradoras de contenido	Pedro Tejada Ramón, José Luis Rivas González
Persona coordinadora de la materia	Jorge Quintana Palma
Organización	Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional. Junta de Andalucía.
Licencia	Licencia Creative Commons Reconocimiento No comercial Compartir igual 4.0 < http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/ >

Este contenido fue creado con [eXeLearning](http://exelearning.net/) <<http://exelearning.net/>> , el editor libre y de fuente abierta diseñado para crear recursos educativos.



Historial de versiones

Elaborado por:	Servicio de Educación Permanente. Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional. Junta de Andalucía.			
Versión:	01	Fecha de publicación:	Agosto 2025	Primera versión

<https://www.juntadeandalucia.es/educacion/permanente/materiales/index.php?aviso#space>

Obra publicada con **Licencia Creative Commons Reconocimiento No comercial Compartir igual 4.0** <<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>>